EXERCICE N°1 : 6 points 30 '

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0;2]$ par : $f(x)=\frac{x^2+4}{2x}$

1) Etudier les variations de f et préciser l'asymptote de sa courbe $\mathscr{C}$

2) Montrer que f réalise une bijection de $]0;2]$ sur un intervalle J que l'on déterminera

3) Calculer $f^{-1}(x)$ en fonction de x et étudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en 2

4) Tracer dans un même repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les représentations graphiques $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de f et sa réciproque f^{-1}

5) Soit l'application g définie sur l'intervalle $]0,\frac{\pi}{4}]$ par : $g(x)=f(2\tan x)$

a) Montrer que : $\forall x\in]0,\frac{\pi}{4}]$; $g(x)=\frac{2}{\sin(2x)}$

b) Montrer que g réalise une bijection de $]0,\frac{\pi}{4}]$ sur $[2,+\infty[$ et que la réciproque g^{-1} est dérivable sur $]2,+\infty[$ puis calculer $(g^{-1})'(x)$ en fonction de x

EXERCICE N°2 : 7 points 30 '

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$.

1) Etudier les variations de f puis montrer qu'elle réalise une bijection de l'intervalle $[1;+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera

2) Expliciter f^{-1} puis tracer les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ de f et f^{-1} dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

3) Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[$ par : $g(x)=f(tg(x))$

a) Montrer que : $g(x)=\text{Sin}(2x)$, et que g réalise une bijection de $[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}[$ sur $]0;1]$

b) Montrer que sa réciproque g^{-1} est dérivable sur $]0;1[$ et calculer $(g^{-1})'(x)$ en fonction de x

EXERCICE N°3 : 7 points 40 '

Soit la fonction f définie sur l'intervalle : $]0;1[$ par : $f(x)=\text{cotg}(\pi x)-\pi x$

1) Etudier les variations de f puis montrer qu'il existe un seul nombre α tel que $f(\alpha)=0$ et que $\frac{1}{4}<\alpha<\frac{1}{3}$ En déduire le signe de f (x)

2) Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0;1]$ par : $g(x)=x\cos(\pi x)$

Qarray.tn - Agra Blech Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com